

O vetor normal a uma superfície plana está dado por $\nu = (1i, 1k)$, se essa superfície é girada 60^0 em relação ao eixo j encontre:

1. A imagem do vetor ν pela rotação R .
2. Mostre que R é uma matriz ortogonal

Lembrando que a matriz de rotação em \mathbb{R}^2 do ângulo θ é:

$$R = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix};$$

The normal vector to a plane is given by $\nu = (1i, 1k)$, If that plane is rotated by 60^0 about the j -axis, find:

1. The image of the vector ν under the rotation R
2. Show that R is an orthogonal matrix.

Remember that the rotation matrix in \mathbb{R}^2 of angle θ is:

$$R = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

Solução

1. Aplicando R a ν

$$R\nu = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1-\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1+\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

2. Para mostrar que R é ortogonal, verificamos que $R^T R = I$

$$R^T R = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} + \frac{3}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} \\ -\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Questão de Cálculo

(Português)

Questão 1: Considere a função:

$$f(x, y) = u^2 \cos\left(\frac{\pi}{2}v\right)$$

onde: $\begin{cases} u(x, y) = 2x^2 - y^2 \\ v(x, y) = \frac{x}{y} \end{cases}$

Determine o valor de $\frac{\partial f}{\partial x}(-1, 1)$.

Solução:

Pela Regra da Cadeia:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial x}$$

Assim, tem-se:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2u \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}v\right) \cdot 4x - u^2 \sin\left(\frac{\pi}{2}v\right) \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{y}$$

Considerando os valores:

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Tem-se:

$$u(-1, 1) = 2(-1)^2 - 1^2 = 1$$

$$v(-1, 1) = \frac{-1}{1} = -1$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(-1, 1) = 2(1) \cos\left(\frac{\pi}{2}(-1)\right) 4(-1) - 1^2 \sin\left(\frac{\pi}{2}(-1)\right) \frac{\pi}{2} \left(\frac{1}{1}\right) = \frac{\pi}{2}$$

Portanto:

$$\frac{\partial f}{\partial x}(-1, 1) = \frac{\pi}{2}$$

Questão 2: Calcule a integral:

$$\int_0^{\pi/2} \cos^3(x) dx$$

Solução:

Reescrever $\cos^3(x)$ como $\cos^3(x) = \cos^2(x) \cdot \cos(x) = (1 - \sin^2(x)) \cos(x)$.

Seja $u = \sin(x)$, então $du = \cos(x) dx$.

Portanto, quando $x = 0$, $u = 0$, e quando $x = \frac{\pi}{2}$, $u = 1$.

Substituir na integral:

$$\int_0^{\pi/2} (1 - \sin^2(x)) \cos(x) dx = \int_0^1 (1 - u^2) du$$

Calcular a integral em u :

$$\int_0^1 (1 - u^2) du = \left[u - \frac{u^3}{3} \right]_0^1 = \left(1 - \frac{1}{3} \right) - (0 - 0) = \frac{2}{3}$$

Resposta final:

$$\int_0^{\pi/2} \cos^3(x) dx = \frac{2}{3}$$

Questão de Cálculo

(Inglês)

Question 1: Consider the function:

$$f(x, y) = u^2 \cos\left(\frac{\pi}{2}v\right)$$

Where: $\begin{cases} u(x, y) = 2x^2 - y^2 \\ v(x, y) = \frac{x}{y} \end{cases}$

Calculate the value of $\frac{\partial f}{\partial x}(-1, 1)$.

Solution:

By the Chain Rule:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial x}$$

Thus, one has:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2u \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}v\right) \cdot 4x - u^2 \sin\left(\frac{\pi}{2}v\right) \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{y}$$

Considering the values:

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$$

One has:

$$u(-1, 1) = 2(-1)^2 - 1^2 = 1$$

$$v(-1, 1) = \frac{-1}{1} = -1$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(-1, 1) = 2(1) \cos\left(\frac{\pi}{2}(-1)\right) 4(-1) - 1^2 \sin\left(\frac{\pi}{2}(-1)\right) \frac{\pi}{2} \left(\frac{1}{1}\right) = \frac{\pi}{2}$$

Hence:

$$\frac{\partial f}{\partial x}(-1, 1) = \frac{\pi}{2}$$

Question 2: Calculate the integral:

$$\int_0^{\pi/2} \cos^3(x) dx$$

Solution:

Rewrite $\cos^3(x)$ as $\cos^3(x) = \cos^2(x) \cdot \cos(x) = (1 - \sin^2(x)) \cos(x)$.

Let $u = \sin(x)$, then $du = \cos(x) dx$.

Therefore, when $x = 0$, $u = 0$, and when $x = \frac{\pi}{2}$, $u = 1$.

Substitute in the integral:

$$\int_0^{\pi/2} (1 - \sin^2(x)) \cos(x) dx = \int_0^1 (1 - u^2) du$$

Calculate the integral in u :

$$\int_0^1 (1 - u^2) du = \left[u - \frac{u^3}{3} \right]_0^1 = \left(1 - \frac{1}{3} \right) - (0 - 0) = \frac{2}{3}$$

Answer:

$$\int_0^{\pi/2} \cos^3(x) dx = \frac{2}{3}$$

Questão para o processo seletivo do PPGEM – 1º

Tema: Computação

Versão em português:

- 1) Considere a função matemática $f(x) = 1/(1+x^2)$ e o código abaixo:

```
#include <iostream>
#include <cstdlib>
using namespace std;

float calcula(int n) {
    float h, x1, x2, y1, y2, soma;
    int i;
    soma = 0;
    h = 1.0/n;
    x1=0;
    for(i=1;i<=n-1;i++)
    {
        x2=x1+h;
        y1=1/(1+(x1*x1));
        y2=1/(1+(x2*x2));
        soma=soma+(y1+y2)*h/2;
        x1=x2;
    }

    return (soma);
}

int main() {
    int n;
    cout << "Digite o valor de n: ";
    cin >> n;
    double resultado = calcula(n)*4;
    cout << "\n Resultado do cálculo = " << resultado << endl;
    return 0;
}
```

Ao executar este código, a saída é um valor próximo de π . Baseado nisso, responda:

- a) O que a função *calcula(n)* implementa, sob o ponto de vista matemático?
- b) Qual o significado da variável *h* no contexto da função *calcula(n)* e como ela afeta o resultado obtido?

Versão em inglês:

- 1) Consider the mathematical function $f(x) = 1/(1+x^2)$ and the code below:

```
#include <iostream>
#include <cstdlib>
using namespace std;

float calcula(int n) {
    float h, x1, x2, y1, y2, soma;
    int i;
    soma = 0;
    h = 1.0/n;
    x1=0;
    for(i=1;i<=n-1;i++)
    {
        x2=x1+h;
        y1=1/(1+(x1*x1));
        y2=1/(1+(x2*x2));
        soma=soma+(y1+y2)*h/2;
        x1=x2;
    }

    return (soma);
}

int main() {
    int n;
    cout << "Enter the value of n: ";
    cin >> n;
    double resultado = calcula(n)*4;
    cout << "\n Result = " << resultado << endl;
    return 0;
}
```

When this code is executed, the output is a value close to π . Based on that, answer:

- a) What does the function *calcula(n)* implement from a mathematical point of view?
- b) What is the meaning of the variable *h* in the context of the function *calcula(n)* and how does it affect the obtained result?

Gabarito em português:

- 1) Respostas:
 - a) A função `calcula(n)` implementa a integração numérica de $f(x)$ pelo método de aproximação por trapézios.
 - b) A variável h representa a largura do trapézio (ou o dx na integral). Quanto menor o seu valor, melhor será a aproximação obtida para o cálculo da integral.

Nível de pontuação:

- 0: não respondeu às perguntas ou forneceu respostas incorretas
- 1: respondeu corretamente pelo menos uma das duas perguntas ou respondeu às duas de forma parcial
- 2: respondeu às duas perguntas de forma correta com explicações claras

Exame de Ingresso PPGEM 2026.1

Versão em Português

Seja um circuito resistor – indutor – capacitor (RLC) série, com parâmetros: $R = 50 \Omega$, $L = 100 \text{ mH}$ e $C = 10 \mu\text{F}$.

1. Determine a frequência de ressonância ω_0 e o fator de amortecimento ζ do circuito.
2. Considerando uma entrada de tensão $V_{in} = V \sin(\omega)$ com $V = 1 \text{ V}$, calcule numericamente a amplitude da resposta em mA (miliampères) para 3 valores de frequência de entrada, $\omega = [0,5\omega_n, \omega_n, 2,0\omega_n]$. Indique também se este sistema se comporta como um passa-baixa, passa-banda ou passa-alta. **Dica:** esboce o diagrama de Bode do sistema para motivar sua resposta.

Versão em Inglês

Consider a series resistor–inductor–capacitor (RLC) circuit with parameters: $R = 50 \Omega$, $L = 100 \text{ mH}$ e $C = 10 \mu\text{F}$.

1. Determine the resonance frequency ω_0 and the damping ratio ζ of the circuit.
2. Assuming an input voltage $V_{in} = V \sin(\omega)$, with $V = 1 \text{ V}$, calculate the output current response (in millamps – mA) for three different input frequencies $\omega = [0,5\omega_n, \omega_n, 2,0\omega_n]$. Indicate if this circuit behaves either like a low-pass, band-pass or high-pass system. **Hint:** sketch the circuit's Bode diagram to motivate your response.

Gabarito

1. Dedução das fórmulas do RLC série:

- a. LKT (Lei de Kirchhoff das Tensões):

$$v_R + v_L + v_C = 0;$$

$$Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int idt = 0$$

- b. Derivando no tempo e dividindo por L , tem-se:

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i = 0.$$

- c. A equação diferencial acima pode ser diretamente comparada com a forma padrão de uma EDO de 2ª ordem:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\zeta\omega_n \frac{dx}{dt} + \omega_n^2 x = 0,$$

Identificando-se assim as fórmulas de cálculo da frequência natural e do fator de amortecimento, como segue:

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad \zeta = \frac{R}{2L\omega_n} = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}.$$

- d. Substituindo os valores numéricos nas fórmulas acima deduzidas, tem-se que $\omega_n = 1000 \text{ rad/s (159,16 Hz)}$ e $\zeta = 0,25$ (sistema subamortecido).

2. Dedução da função de transferência do circuito:

- a. A partir da EDO do circuito RLC série, pode-se incluir a fonte de entrada do circuito:

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i = \frac{1}{L} \frac{dv(t)}{dt}.$$

- b. Seja $i(t) = I(\omega)e^{j\omega t}$ e $V(t) = V(\omega)e^{j\omega t}$. Substituindo na EDO acima, tem-se que:

$$\left(-\omega^2 + j\omega \frac{R}{L} + \frac{1}{LC}\right) I(\omega)e^{j\omega t} = \left(\frac{j\omega}{L}\right) V(\omega)e^{j\omega t},$$

de onde a FT do circuito pode ser obtida:

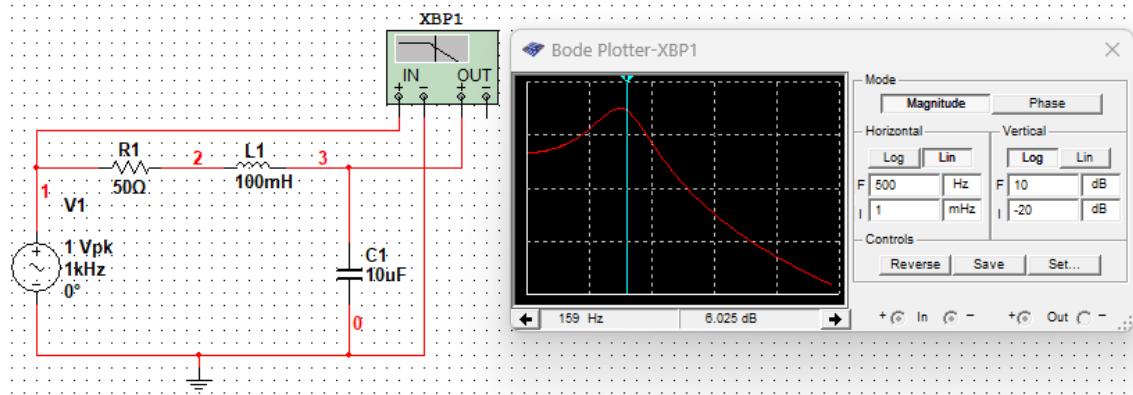
$$H(\omega) = \frac{I(\omega)}{V(\omega)} = \frac{\frac{j\omega}{L}}{-\omega^2 + j\omega \frac{R}{L} + \frac{1}{LC}}$$

- c. Avaliação numérica de $\omega = [0,5\omega_n, \omega_n, 2,0\omega_n]$:

i. $\omega = 0,5\omega_n = 2,0\omega_n = 6,32 \text{ mA}$

ii. $\omega = \omega_n = 20 \text{ mA}$

d. Esboço da função de resposta em frequência (filtro passa-banda):



Um determinado sistema de controle sofreu avarias durante a sua operação e o técnico responsável está tentando consertá-lo, substituindo um determinado componente da planta. Há 3 componentes de substituição disponíveis, com valores:

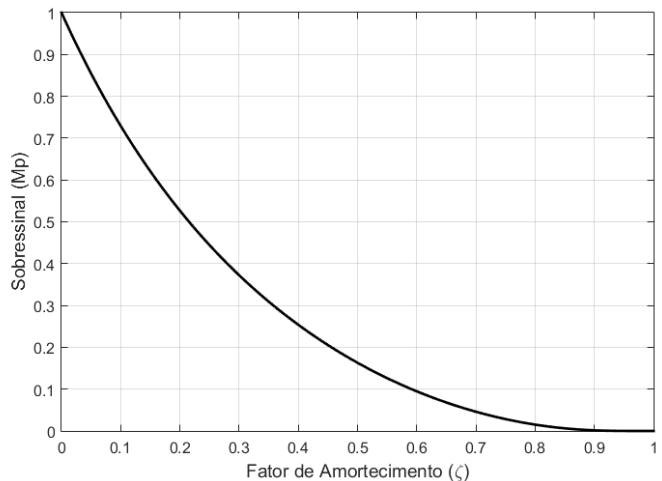
$$\gamma_1 = 1,8, \quad \gamma_2 = 3,2 \quad \text{e} \quad \gamma_3 = 5,4.$$

As funções transferência da planta do sistema, $G(s)$, e do controlador, $C(s)$, são dadas por:

$$G(s) = \frac{3}{s + \gamma} \quad \text{e} \quad C(s) = \frac{s^2 + 3s + 12}{s} .$$

Escolha o componente adequado para que a seguinte especificação seja satisfeita: sobressinal (M_p) de 10%. Considere a equação padrão de um sistema de segunda ordem e o gráfico sobressinal (M_p) x fator de amortecimento (ζ), dados abaixo.

$$G_2(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$



Resolução:

Malha fechada

$$T(s) = \frac{\frac{3}{4}s^2 + \frac{9}{4}s + 3}{s^2 + \frac{(9+\gamma)}{4}s + 9}$$

Equação característica:

$$s^2 + \frac{(9+\gamma)}{4}s + 9 = 0 \quad (1 \text{ ponto})$$

Frequência natural: $\omega_n = 3 \text{ rads/s}$

Fator de amortecimento: $\zeta = 0,6$

Portanto: $\frac{(9+\gamma)}{4} = 2.0,6.3 \rightarrow \gamma = 5,4$ (2 pontos)

A particular control system suffered damage during operation, and the technician is trying to repair it by replacing a specific component of the system. There are 3 replacement components available, with the following values:

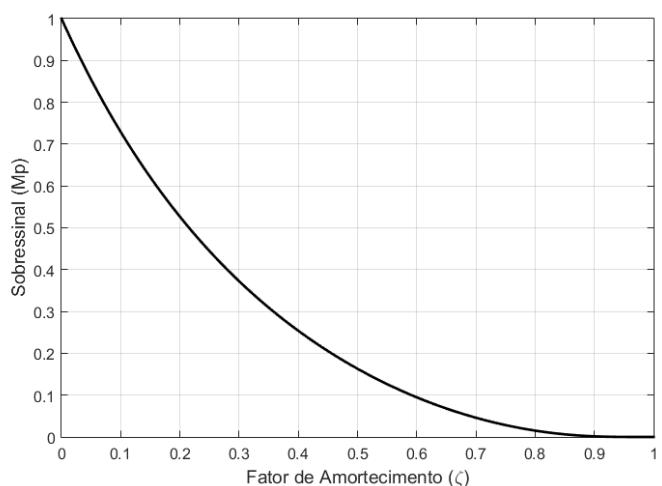
$$\gamma_1 = 1,8, \quad \gamma_2 = 3,2 \text{ and } \gamma_3 = 5,4.$$

The transfer functions of the system, $G(s)$, and of the controller, $C(s)$, are given by:

$$G(s) = \frac{3}{s + \gamma} \quad \text{and} \quad C(s) = \frac{s^2 + 3s + 12}{s}.$$

Select the appropriate component to satisfy the following specification: overshoot (M_p) of 10%. Consider the standard equation of a second-order system and the overshoot (M_p) x damping factor (ζ) graph, given below.

$$G_2(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$



1. (a) Nomeie os metais refratários mais importantes.

2. (b) O que significa o termo refratário?

Resposta.

(a) Os metais refratários incluem colômbio (Cb), molibdênio (Mo), tântalo (Ta) e tungstênio (W). Mo e W são os mais importantes.

(b) Refratário significa a capacidade de suportar serviço em alta temperatura.

Exercício de mecânica geral

Novembro de 2025

1 Enunciado

Determine a força no componente CD, BD and AD da treliça 3D apresentada na figura abaixo. Os pontos A, B and C estão no plano x-z e o componente CD é paralelo ao eixo y.

2 English

Determine the force in the member CD, BD and AD of the space truss shown in the figure. Note that points A, B and C are in the x-z plane and member CD is parallel to y-axis.

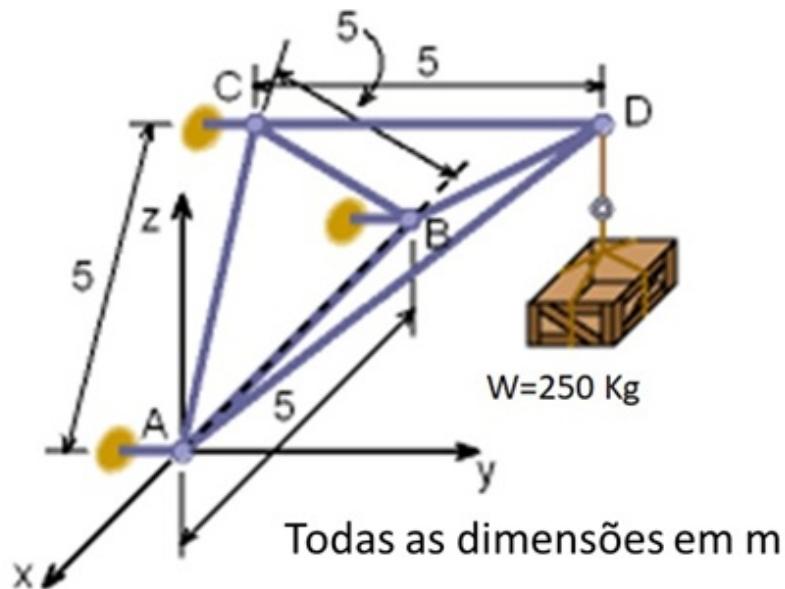


Figure 1: Esboço do problema

3 solução

Primeiramente, as coordenadas dos pontos devem ser determinadas.

Da figura 1 observa-se que ΔABC é um triângulo equilátero com lado igual a 5 m. Portanto, a altura do triângulo é $h = 5\cos(30^\circ) = 4.33$ m. Segue que as coordenadas de cada ponto são:

$$A = (0, 0, 0)$$

$$B = (-5, 0, 0)$$

$$C = (-2.5, 0, 4.33)$$

$$D = (-2.5, 5, 4.33)$$

Dado que há somente três forças desconhecidas no ponto D (Figura 2), é mais conveniente começar a análise da treliça por esse ponto.

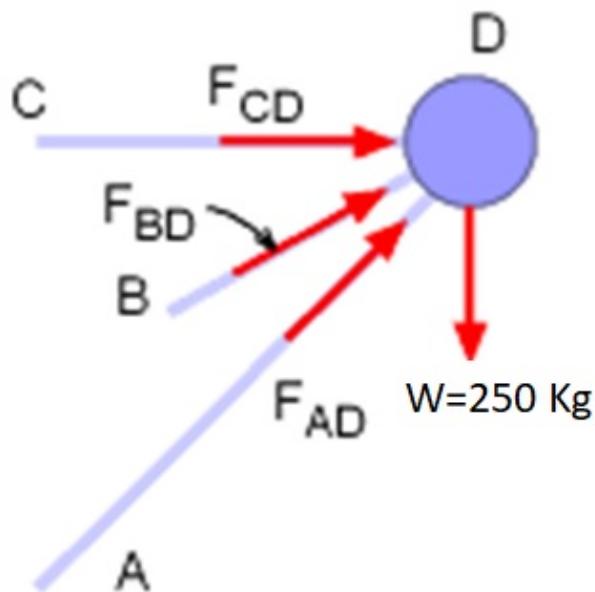


Figure 2: Diagrama de corpo livre

Chamando as forças nos componentes AD, BD e CD de F_{AD} , F_{BD} e F_{CD} . A Figura 2 apresenta, de forma vetorial, as forças agindo no ponto D. Fazendo o equilíbrio de forças nesse ponto tem-se:

$$\mathbf{W} = -250\text{kg}$$

$$\mathbf{F}_{AD} = F_{AD} \frac{(-2.5\mathbf{i} + 5.0\mathbf{j} + 4.33\mathbf{k})}{7.07}$$

$$\mathbf{F}_{BD} = F_{BD} \frac{(2.5\mathbf{i} + 5.0\mathbf{j} + 4.33\mathbf{k})}{7.07}$$

$$\mathbf{F}_{CD} = F_{CD} \frac{5\mathbf{j}}{5}$$

Como todas as forças devem estar em equilíbrio, logo tem-se:

$$\sum F = 0$$

$$\mathbf{W} + \mathbf{F}_{AD} + \mathbf{F}_{BD} + \mathbf{F}_{CD} = 0$$

Equacionando em termos de componente \mathbf{i} , \mathbf{j} e \mathbf{k} , temos:

$$\sum F_x = 0$$

$$0.3536 \cdot \mathbf{F}_{BD} - 0.3536 \cdot \mathbf{F}_{AD} = 0$$

$$\mathbf{F}_{BD} = \mathbf{F}_{AD}$$

$$\sum F_z = 0$$

$$0.6124 \cdot \mathbf{F}_{AD} + 0.6124 \cdot \mathbf{F}_{BD} - 250 = 0$$

Substituindo $\mathbf{F}_{BD} = \mathbf{F}_{AD}$:

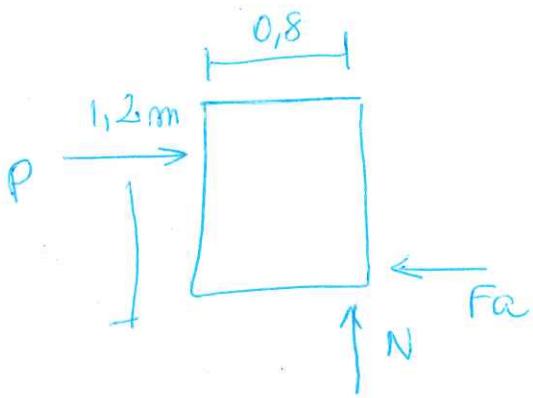
$$0.6124 \cdot \mathbf{F}_{AD} + 0.6124 \cdot \mathbf{F}_{AD} - 250 = 0$$

Tem-se que $F_{AD} = F_{BD} = 204.1 \text{kgf}$ ou 2001.54N .

$$\sum F_y = 0$$

$$0.7071 \cdot \mathbf{F}_{AD} + 0.7071 \cdot \mathbf{F}_{BD} + \mathbf{F}_{CD} = 0$$

Por fim temos que $F_{CD} = -288.6 \text{kgf}$ ou 2830.2N



$$m = 100 \text{ kg}$$

$$g = 9,81$$

$$\mu_e = 0,25$$

$$\sum F_y = 0 \quad N = mg = 981 \text{ N}$$

$$\sum F_x = 0$$

exerçamento:

$$P = F_a = \mu_e N = 0,25 \cdot 981 = 245 \text{ N}$$

Tombamento:

$$\sum M = 0 \quad -P \cdot 1,2 + F_a \cdot 0,4 = 0$$

$$P_{\text{tomb}} = \frac{981 \cdot 0,4}{1,2} = 327 \text{ N}$$

com $245 \text{ N} < 327 \text{ N}$

a) $P = 245 \text{ N}$

b) desliza

Exercício Termodinâmica Prova Pós (1º semestre de 2026)

Um processo de expansão ocorre num cilindro/pistão devido ao fornecimento de calor, como indicado na Figura 1, onde quantidade de calor Q é fornecida ao vapor dentro do cilindro/pistão. O processo de expansão é lento, não há vazamento de vapor para o meio externo, a variação de altura é desprezível, assuma calores específicos constantes e todo calor fornecido é absorvido pelo vapor. O estado inicial é T_1 , V_1 e a massa de vapor é conhecida. Determine:

(a) A temperatura do vapor no estado final deste processo, T_2 , em $^{\circ}\text{C}$. Forneça a resposta aproximando a mesma até a primeira casa decimal.

(b) O volume final de vapor na câmera em [Litros], V_2 , assumindo o estado inicial e o processo termodinâmico mostrados na Figura 1? Forneça a resposta aproximando a mesma até a primeira casa decimal.

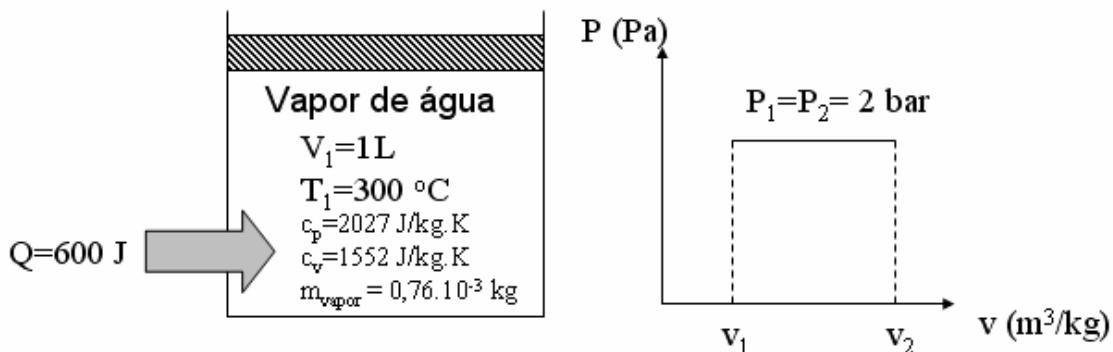


Figura 1 – Esquema do cilindro/pistão e processo termodinâmico de expansão.

Relações:

Conservação da Energia:

$$_1Q_2 - _1W_2 = E_2 - E_1$$

Definição de entalpia: $h = u + Pv$

$$c_p = \frac{\partial h}{\partial T} \Big|_{p=const} \quad c_v = \frac{\partial u}{\partial T} \Big|_{v=const}$$

Sendo: W – Trabalho [J]; E – Energia total [J]; Q – Calor [J]; m – massa [kg]; T – temperatura $^{\circ}\text{C}$; u – energia interna específica [J/kg]; h - entalpia específica [J/kg]; v – volume específico [m^3/kg]; P – Pressão termodinâmica [Pa], c_p – calor específico a pressão constante [J/kg.K], c_v - calor específico a volume constante [J/kg.K].

Question on Thermodynamic

An expansion process occurs in a piston cylinder assemble due the heat transfer as indicated in Figure 1, where heat is supplied to the vapor inside the cylinder. The expansion process is slow, there is no leakage to the external environment, the height variation can be neglected, consider constant specific heats and all supplied heat is absorbed by the vapor. The initial state, T_1 , V_1 , and the vapor mass are known. Determine:

(a) The vapor temperature in the final state of this process, T_2 , in [°C]. Provide the answer rounded to the first decimal place.

(b) The final volume inside the cylinder in [Liters], V_2 , considering the initial state and the thermodynamic process shown in Figure 1? Provide the answer rounded to the first decimal place.

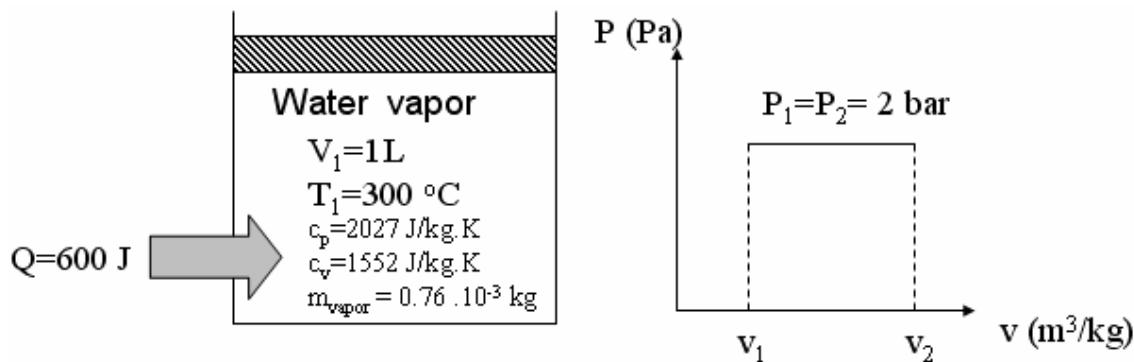


Figure 1 – Schematic of the piston/cylinder and the thermodynamic expansion process.

Relations:

Energy Conservation Law:

$$_1Q_2 - _1W_2 = E_2 - E_1$$

Enthalpy definition: $h = u + Pv$

$$c_p = \frac{\partial h}{\partial T} \Big|_{p=const} \quad c_v = \frac{\partial u}{\partial T} \Big|_{v=const}$$

where: W – Work [J]; E – Total energy [J]; Q – Heat [J]; m – mass [kg]; T – temperature [°C]; u – specific internal energy [J/kg]; h – specific enthalpy [J/kg]; v – specific volume [m^3/kg]; P – Pressure [Pa], c_p – specific heat at constant pressure [J/kg.K], c_v - specific heat at constant volume [J/kg.K].

Respostas:

(a) $T_2=689.6$ °C ;

$$(b) V_z = 1,7 \text{ L}$$

A pressão em A é:

$$P_A = \rho g z_A = 1000 \cdot 9,81 \cdot 0,165 = 1618,65 \text{ Pa}$$

A vazão pode ser determinada, pois:

$$Q = V_A A_A$$

$$V_A = \frac{Q}{A_A} = \frac{0,02}{\frac{\pi \cdot (0,1)^2}{4}} = 2,546 \text{ m/s}$$

a) Obs: B é ponto de estagnação. Aplicando a eq. de Bernoulli entre A e B: z_N é o datum.

$$\frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} + z_N = \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + z_B$$

$$\frac{1618,65}{9810} + \frac{(2,546)^2}{2 \cdot 9,81} + 0 = \frac{P_B}{9810} + 0,14$$

$$P_B = 935,7 \text{ Pa}$$

Do conceito de carga piezométrica:

$$h = \frac{P_B}{\gamma} = \frac{935,7}{9810} = 0,095 \text{ m}$$

1,0

Aplicando a equação de Bernoulli entre C e D:

$$\frac{P_C}{\gamma} + \frac{V_C^2}{2g} + z_C = \frac{P_D}{\gamma} + \frac{V_D^2}{2g} + z_D$$

Obs.: $z_C = z_N = 0$; $P_C = P_A = 1618,65 \text{ Pa}$; $V_N = V_C = 2,546$; $z_D = z_B = 0,14 \text{ m}$

e:

$$V_D = \frac{Q}{A_D} = \frac{0,02}{\frac{\pi \cdot (0,12)^2}{4}} = 0,637 \text{ m/s}$$

1,0

$$\text{Assim, } \frac{1618,65}{9810} + \frac{(2,546)^2}{2 \cdot 9,81} + 0 = \frac{P_D}{9810} + \frac{0,637^2}{2 \cdot 9,81} + 0,14 \therefore P_D = 733 \text{ Pa}$$