

Álgebra Linear

Considere a matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

- a) Calcule o determinante AA^T encontre os valores n e m da expressão $\det(AA^T) = 2^n \times 3^m$.
- b) Determine os autovalores de A e verifique se a matriz é diagonalizável. Justifique sua resposta

Gabarito:

a)

$$\det(A) = 2 \times 3 \times 4 = 24$$

$$\det(AA^T) = (\det(A))^2 = 24^2 = 576 = 2^8 \times 3^2$$

Logo, $n = 8$ e $m = 2$

b)

Os autovalores são os elementos da diagonal: 2, 3 e 4.

Como são distintos, a matriz é diagonalizável.

Linear Algebra

Consider the matrix:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

- a) Calculate the determinant AA^T and find the values of n and m in the expression.
 $\det(AA^T) = 2^n \times 3^m$
- b) Determine the eigenvalues of A and verify if the matrix is diagonalizable. Justify your answer.

Answer:

a)

$$\det(A) = 2 \times 3 \times 4 = 24$$

$$\det(AA^T) = (\det(A))^2 = 24^2 = 576 = 2^8 \times 3^2$$

Therefore, $n = 8$, and $m = 2$

b)

The eigenvalues are the elements of the diagonal: 2, 3, and 4.

Since they are distinct, the matrix is diagonalizable.

QUESTÃO DE CÁLCULO

(Português)

a) Calcule o valor máximo da função $f(x) = xe^{-x}$ no intervalo $x \in [-1, 2]$.

Solução:

O ponto de máximo ou mínimo de uma função é dado por:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 0$$

Assim, tem-se:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = e^{-x} + xe^{-x}(-1) = e^{-x} - xe^{-x} = (1 - x)e^{-x} = 0$$

Considerando e^{-x} não pode assumir valor zero, então:

$$1 - x = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ é o ponto de máximo ou mínimo.}$$

Para saber se é ponto de máximo:

$$\frac{d^2 f}{dx^2} < 0$$

Assim:

$$\frac{d^2 f}{dx^2} = -1e^{-x} + (1 - x)e^{-x}(-1) = (x - 2)e^{-x}$$

Para $x = 1$:

$$\left. \frac{d^2 f}{dx^2} \right|_{x=1} = (1 - 2)e^{-1} = -\frac{1}{e} < 0 \Rightarrow \text{ponto de máximo}$$

Portanto:

$$f(1) = 1e^{-1} \Rightarrow \boxed{f_{\max} = \frac{1}{e}}$$

- b) Calcule o volume do sólido fazendo a rotação da curva $f(x) = x^3$ ao redor do eixo x no intervalo $x \in [1,2]$.

Solução:

O volume de um sólido de revolução gerado pela rotação da uma função $f(x)$ em torno do eixo x, no intervalo $[a, b]$, é dado por:

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) \, dx$$

Assim, tem-se:

$$V = \pi \int_1^2 (x^3)^2 \, dx = \pi \int_1^2 x^6 \, dx = \pi \left[\frac{x^7}{7} \right]_1^2 = \pi \left(\frac{2^7}{7} - \frac{1^7}{7} \right) = \frac{127}{7} \pi$$

Portanto:

$$V = 56,997$$

QUESTÃO DE CÁLCULO

(Inglês)

- a) Calculate the maximum value of the function $f(x) = xe^{-x}$ in the interval $x \in [-1, 2]$.

Solution:

The point of maximum or minimum of a function is found by:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 0$$

Hence, we have:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = e^{-x} + xe^{-x}(-1) = e^{-x} - xe^{-x} = (1 - x)e^{-x} = 0$$

Considering that e^{-x} cannot be zero, then:

$$1 - x = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ is the point of maximum or minimum.}$$

To check if the point is a maximum:

$$\frac{d^2 f}{dx^2} < 0$$

Then:

$$\frac{d^2 f}{dx^2} = -1e^{-x} + (1 - x)e^{-x}(-1) = (x - 2)e^{-x}$$

For $x = 1$:

$$\left. \frac{d^2 f}{dx^2} \right|_{x=1} = (1 - 2)e^{-1} = -\frac{1}{e} < 0 \Rightarrow \text{point of maximum}$$

Hence:

$$f(1) = 1e^{-1} \Rightarrow \boxed{f_{\max} = \frac{1}{e}}$$

- b) Calculate the volume of the solid obtained by the rotation of the curve $f(x) = x^3$ around the x-axis in the interval $x \in [1,2]$.

Solution:

The volume of a solid of Revolution obtained by the rotation of a function $f(x)$ around the x-axis, in the interval $[a, b]$, is given by:

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) \, dx$$

Thus, we have:

$$V = \pi \int_1^2 (x^3)^2 \, dx = \pi \int_1^2 x^6 \, dx = \pi \left[\frac{x^7}{7} \right]_1^2 = \pi \left(\frac{2^7}{7} - \frac{1^7}{7} \right) = \frac{127}{7} \pi$$

Hence:

$$V = 56,997$$

Questão para o processo seletivo do PPGEM – 2º Semestre de 2026

Tema: Computação

Versão em português:

1) Analise o código a seguir.

```
#include <iostream>
using namespace std;

void f1(int &x, int y)
{
    x = 99;
    y += y;
}

int main()
{
    int n = 10, m = 1;
    f1(n, m);
    cout << "Valor de n: " << n << endl;
    cout << "Valor de m: " << m;
    return 0;
}
```

Baseado nele, responda às perguntas:

- (a) Identifique os mecanismos de passagem de parâmetros utilizados na função “f1” e descreva o que ocorre na memória do computador durante sua chamada.
- (b) Quais as saídas produzidas pelo programa? Justifique sua resposta.

Versão em inglês:

1) Analyze the following question.

```
#include <iostream>
using namespace std;

void f1(int &x, int y)
{
    x = 99;
    y += y;
}

int main()
{
    int n = 10, m = 1;
    f1(n, m);
    cout << "Value of n: " << n << endl;
    cout << "Value of m: " << m;
    return 0;
}
```

Based on it, answer the following questions:

- (a) Identify the parameter-passing mechanism used in function “f1” and describe what occurs in the memory during its execution.
- (b) What are the outputs produced by the program? Justify your answer.

Gabarito em português:

1) Respostas:

- a. Na função, são aplicados dois mecanismos diferentes de passagem de parâmetros: por referência, utilizando o símbolo &, e por valor. No caso da passagem por referência, a variável “x” passa a representar a variável “n”, pois ambas compartilham o mesmo endereço de memória. Por outro lado, na passagem por valor, uma variável “y” é criada com um novo endereço de memória, recebendo uma cópia do valor da variável “m”, e então sendo deletada ao final da função.
- b. Ao final, o programa exibe o valor 99 para a variável “n” e 1 para a variável “m”, uma vez que o valor alocado no endereço de memória associado à variável “n” foi alterado pela passagem por referência. Já a variável “m” não é modificada, pois foi passada por valor para a função.

Nível de pontuação:

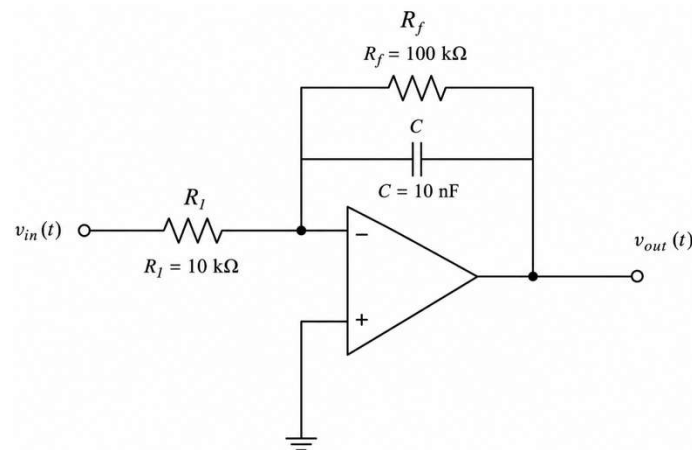
- 0: não respondeu às perguntas ou forneceu respostas incorretas
- 1: respondeu corretamente pelo menos uma das duas perguntas ou respondeu às duas de forma parcial
- 2: respondeu às duas perguntas de forma correta com explicações claras

Questão de Eletrônica

Exame de Ingresso PPGEM 2026.2

Versão em Português

Considere o circuito abaixo, no qual um amplificador operacional ideal é utilizado na configuração de um filtro passa-baixa ativo de primeira ordem com $R_f = 100\text{k}\Omega$, $R_1 = 10\text{k}\Omega$ e $C = 10\text{nF}$. A entrada é um sinal senoidal $v_{in}(t) = V_0 \sin(\omega t)$.

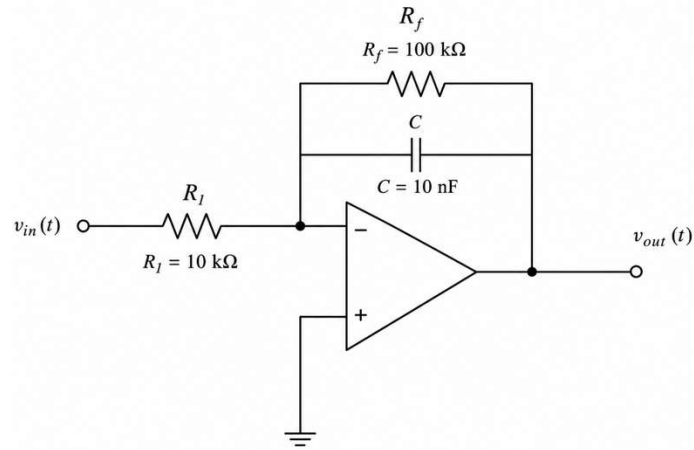


- a) Para uma frequência de entrada igual a **10 vezes a frequência de corte**, determine o módulo do ganho em dB. Dica: determine $|H(\omega = 10\omega_c)|$.
- b) Agora, considere que o amplificador operacional possui ganho em malha aberta de $A = 10^5$. Discuta qualitativamente como essa não idealidade afeta o comportamento do filtro em torno da frequência de corte.

Justifique suas respostas.

Versão em Inglês

Consider the circuit below, in which an ideal operational amplifier is used to implement a first-order active low-pass filter, with $R_f = 100 \text{ k}\Omega$, $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$, and $C = 10 \text{ nF}$. The input is a sinusoidal signal $v_{in}(t) = V_0 \sin(\omega t)$.



- For an input frequency equal to 10 times the cutoff frequency, determine the magnitude of the gain in dB. Hint: determine $|H(\omega = 10\omega_c)|$.
- Now consider that the opamp has an open-loop gain of $A = 10^5$. Discuss on how this nonideality affects the behavior of the filter around the cutoff frequency.

Justify your answers.

Gabarito

- a) O circuito é um filtro passa-baixa ativo inversor de primeira ordem.

A impedância de realimentação é formada por R_f em paralelo com C :

$$Z_f = R_f \parallel \frac{1}{j\omega C} = \frac{R_f}{1 + j\omega R_f C}$$

Para um amplificador operacional ideal na configuração inversora, tem-se que:

$$H(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{Z_f}{R_1} \rightarrow H(j\omega) = -\frac{R_f}{R_1} \frac{1}{1 + j\omega R_f C}$$

A frequência de corte é:

$$1 + j\omega R_f C = 0 \rightarrow \omega_c = \frac{1}{R_f C}$$

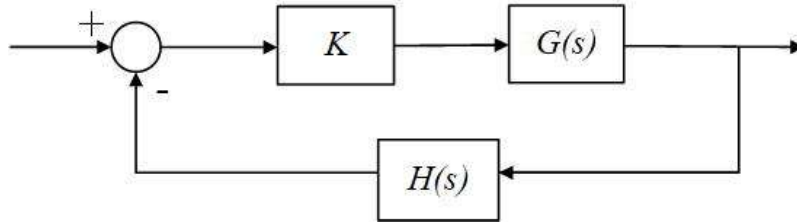
Substituindo valores numéricos, tem-se que $\omega_c = 1000$ rad/s, ou seja, $f_c = 159,2$ Hz.

O módulo para $\omega = 10\omega_c$ é igual à 0,995; convertendo para dB: -0,043 dB (-0,04 dB).

- b) Pontos chave que deverão entrar na discussão qualitativa:

- O ganho finito faz com que o terra virtual do ampop não seja exato.
- Isso provoca pequenas diferenças no ganho, na fase e na frequência de corte efetiva do filtro em comparação com o modelo ideal.
- Como $A = 10^5$ é um ganho elevado *em relação ao ganho em malha fechada do circuito (10)*, o filtro se comporta como passa-baixa ideal em torno da frequência de corte.

Considere o diagrama de blocos abaixo.



A planta e o controlador são definidos por:

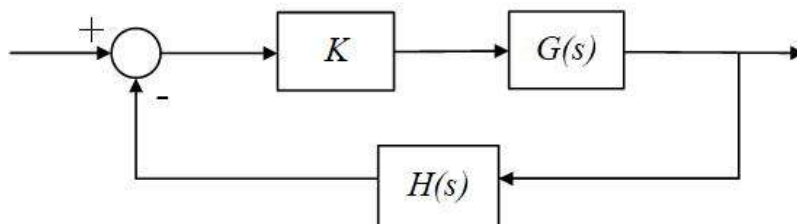
$$G(s) = \frac{8}{s^2 + 8s} \quad \text{e} \quad K = 10.$$

Considere ainda que a função de transferência do sensor, $H(s)$, represente um atraso de tempo de τ segundos, aproximado por:

$$H(s) = \frac{1}{\tau s + 1}.$$

Determine o valor máximo de τ para o qual o sistema permanece estável.

Consider the block diagram below.



The plant and the controller are defined as:

$$G(s) = \frac{8}{s^2 + 8s} \quad \text{and} \quad K = 10.$$

Assume that the sensor transfer function, $H(s)$, represents a time delay of

τ seconds, approximated by:

$$H(s) = \frac{1}{\tau s + 1}.$$

Determine the maximum value of τ for which the system remains stable.

Resolução:

Malha fechada:

$$T(s) = \frac{80}{\tau s^3 + (8\tau + 1)s^2 + 8s + 80}$$

Equação característica:

$$\tau s^3 + (8\tau + 1)s^2 + 8s + 80 = 0$$

Cálculo do valor máximo

$$S3: \quad \tau \quad \quad \quad 8$$

$$S2: \quad 8\tau + 1 \quad \quad \quad 80$$

$$S1: \quad -16\tau + 8$$

$$S0: \quad 80$$

$$-16\tau + 8 > 0 \rightarrow \tau < 0,5$$

Questões – Prova Eng. Mecânica -2026/2 (escolher entre opções)

Opção 1

Versão em Português

Questão: Metalurgia e Usinabilidade

A usinabilidade de um metal é diretamente influenciada por sua composição química e microestrutura. Considere o processamento de aços e responda:

- a) O que são **Aços de Usinagem Fácil** (Resulfurados/Re-fosforados)? Explique o papel metalúrgico das inclusões de **Sulfeto de Manganês (MnS)** no mecanismo de formação de cavaco e na proteção da ferramenta de corte.
- b) Por que aços com baixo teor de carbono (como o AISI 1010) e aços com estrutura totalmente austenítica (como o aço inoxidável 304) são frequentemente considerados de "baixa usinabilidade", apesar de serem materiais relativamente "macios" em comparação a aços temperados?

Gabarito para Correção

- **0 pontos (Errou tudo):** Não soube explicar a função do enxofre ou afirmou que o enxofre endurece o aço. Não identificou os problemas de usinagem em materiais dúcteis.
- **1 ponto (Meio-certo):** Explicou que o MnS ajuda a quebrar o cavaco, mas não mencionou o efeito lubrificante ou a proteção da ferramenta. No item B, identificou que o material "gruda" na ferramenta, mas não utilizou os termos técnicos corretos (como encruamento ou formação de aresta postiça).
- **2 pontos (Tudo certo):**
 - **Parte A:** Explicou que o MnS atua como um **lubrificante sólido** e um **concentrador de tensões** que promove a quebra do cavaco (cavaco descontínuo). Além disso, o MnS forma uma camada protetora na interface cavaco-ferramenta, reduzindo o desgaste por craterização.
 - **Parte B:** Explicou que a baixa usinabilidade nesses casos se deve à **alta ductilidade**. No AISI 1010, ocorre a formação de **Aresta Postiça de Corte (APC)**, que compromete o acabamento. No Inox 304, o principal fator é a alta taxa de **encruamento** e a baixa condutividade térmica, que geram altas temperaturas na ponta da ferramenta e endurecem o material conforme ele é cortado.

English Version

Question: Metallurgy and Machinability

The machinability of a metal is directly influenced by its chemical composition and microstructure. Consider the processing of steels and answer:

- a) What are **Free-Machining Steels** (Resulfurized/Re-phosphorized)? Explain the metallurgical role of **Manganese Sulfide (MnS)** inclusions in the chip formation mechanism and tool protection.
- b) Why are low-carbon steels (such as AISI 1010) and fully austenitic steels (such as 304 stainless steel) often considered to have "poor machinability," even though they are relatively "soft" compared to hardened steels?

Grading Rubric (English):

- **0 points:** Failed to explain the function of sulfur or claimed sulfur hardens the steel. Did not identify machining issues in ductile materials.
- **1 point:** Explained that MnS helps break the chip but missed the lubricating effect or tool protection. In part B, identified that the material "sticks" to the tool but failed to use technical terms (like work hardening or built-up edge).
- **2 points:**
 - **Part A:** Explained that MnS acts as a **solid lubricant** and a **stress concentrator** that promotes chip breaking (discontinuous chips). Additionally, MnS forms a protective layer on the chip-tool interface, reducing crater wear.
 - **Part B:** Explained that poor machinability in these cases is due to **high ductility**. In AISI 1010, this leads to **Built-Up Edge (BUE)** formation, which ruins surface finish. In 304 Stainless, the main factors are the high **strain-hardening** rate and low thermal conductivity, which generates high temperatures at the tool tip and hardens the material as it is being cut.

Opção 2:

Questão: Comportamento Mecânico, Encruamento e Tenacidade

Uma liga metálica recozida apresenta um comportamento no regime plástico que pode ser aproximado pela Equação de Hollomon: $\sigma = K \epsilon^n$. Sabe-se que o coeficiente de resistência K é de 1000 MPa e o expoente de encruamento (n) é 0,25.

- a) Calcule a tensão verdadeira (σ) necessária para produzir uma deformação verdadeira ϵ de 0,12. Se o limite de escoamento inicial do material era de 300 MPa, explique fisicamente por que a tensão necessária para continuar a deformação aumenta.
- b) Considere dois aços: um de baixo carbono e outro de alto carbono. Qual deles você esperaria que apresentasse maior **tenacidade**? Justifique sua resposta, relacionando a ductilidade e o limite de resistência à tração à área sob a curva tensão-deformação.

Gabarito para Correção

Resolução Técnica (Item A):

$$\sigma = 1000 (0,12)^n = 588,5 \text{ MPa}$$

Níveis de Avaliação:

- **0 ponto (Errou tudo):** Não aplicou a fórmula corretamente ou errou o cálculo básico. Não soube explicar o conceito de encruamento ou confundiu tenacidade com dureza/resistência.
- **1 ponto (Meio-certo):** Realizou o cálculo corretamente (588,5 MPa), mas falhou na explicação teórica. Ou errou o cálculo, mas explicou corretamente que o encruamento ocorre devido ao aumento da densidade de discordâncias e à dificuldade de seu movimento.
- **2 pontos (Tudo certo):** * **Parte A:** Cálculo correto e explicação de que o encruamento decorre da interação e do empilhamento de discordâncias, o que exige tensões maiores para manter o movimento plástico. **Parte B:** Identificou que o **aço de baixo carbono** geralmente possui maior tenacidade. Justificou que, embora o aço de alto carbono tenha maior resistência (tensão elevada), sua ductilidade é drasticamente reduzida. Como a tenacidade é a área total sob a curva (energia absorvida até a fratura), a grande deformação plástica do aço de baixo carbono compensa sua menor resistência, resultando em uma área maior.

English Version

Question: Mechanical Behavior, Strain Hardening, and Toughness

An annealed metal alloy exhibits plastic behavior that can be approximated by the Hollomon Equation: $\sigma = K \epsilon^n$. It is known that the strength coefficient K is 1000 MPa and the strain-hardening exponent (n) is 0.25.

- a) Calculate the true stress (σ) required to produce a true strain (ϵ) of 0.12. If the initial yield strength of the material was 300 MPa, explain physically why the stress required to continue deformation increases (the phenomenon of strain hardening).
- b) Consider two steels: a low-carbon steel and a high-carbon steel. Which one would you expect to exhibit higher **toughness**? Justify your answer by relating ductility and ultimate tensile strength to the area under the stress-strain curve.

Grading Rubric (English):

- **0 points:** Incorrect application of the formula or calculation error. Failed to explain strain hardening or confused toughness with hardness/strength.
- **1 point:** Correct calculation (588.5 MPa) but failed the theoretical explanation, or vice versa (correct theory but failed math).

- **2 points:** * **Part A:** Correct calculation and explanation that strain hardening results from the increase in dislocation density and the impedance of their movement, requiring higher stress for further plastic flow. **Part B:** Identified **low-carbon steel** as typically tougher. Justified that although high-carbon steel has higher strength, its ductility is drastically lower. Since toughness is the total area under the curve (energy absorbed until fracture), the large plastic deformation of low-carbon steel offsets its lower strength, resulting in a larger area.

Exercício de mecânica geral

Maio de 2026

1 Enunciado

Conhecendo as condições finais após o impacto entre duas esferas de massa $m_A = 2\text{kg}$ e $m_B = 5.5\text{kg}$ dada pela figura 1, encontre a condição inicial logo antes do impacto (velocidades e ângulos), considerando um coeficiente de restituição $e=0.5$.

2 English

Knowing the final conditions after the impact between two spheres of mass $m_A = 2\text{kg}$ and $m_B = 5.5\text{kg}$ given by figure 1, find the initial condition just before the impact (speed and angles), considering an coefficient of restitution $e=0.5$.

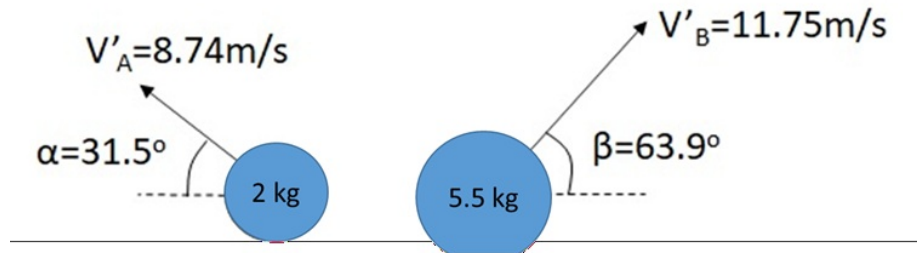


Figure 1: Condição logo após o impacto

3 solução

As forças impulsivas que atuam nas esferas durante o choque são paralelas à normal de choque. Considerando as velocidades decompostas na direção da normal de choque, n , e na direção perpendicular, t , escrevemos.

$$V'_{A_n} = V_A \cos 31.5^\circ = 7.45\text{m/s}$$

$$\begin{aligned}
V'_{At} &= V_A \sin 31.5^\circ = 4.57 \text{ m/s} \\
V'_{Bn} &= -V_B \cos 63.9^\circ = -5.17 \text{ m/s} \\
V'_{Bt} &= V_B \sin 63.9^\circ = 10.55 \text{ m/s}
\end{aligned}$$

O símbolo ' é utilizado para as condições após o choque.

Considerando somente as componentes t, aplicamos o princípio do impulso e quantidade de movimento para cada bola separadamente. Como nenhuma força impulsiva vertical atua durante o choque, a componente vertical da velocidade de cada bola fica inalterada.

$$\begin{aligned}
V'_{At} &= 4.57 \text{ m/s} \\
V'_{Bt} &= 10.55 \text{ m/s}
\end{aligned}$$

Considerando o movimento paralelo à normal de choque. Na direção n, consideramos as duas bolas em conjunto e observamos que, pela terceira lei de Newton, os impulsos internos são respectivamente $F\Delta t$ e $-F\Delta t$ e se cancelam. Logo a quantidade de movimento total das esferas se conserva

$$m_A V_{An} + m_B V_{Bn} = m_A V'_{An} + m_B V'_{Bn}$$

$$2 \cdot V_{An} + 5.5 \cdot V_{Bn} = 2 \cdot 7.45 + 5.5 \cdot (-5.17)$$

$$2 \cdot V_{An} + 5.5 \cdot V_{Bn} = -13.535 \text{ m/s} \quad (1)$$

$$V'_{Bn} - V'_{An} = e(V_{An} + V_{Bn})$$

$$7.45 - (-5.17) = 0.5[V_{An} + V_{Bn}]$$

$$V_{An} + V_{Bn} = 25.24 \text{ m/s} \quad (2)$$

Com as equações 1 e 2, obtêm-se:

$$V_{An} = -57.065 \text{ m/s} \text{ e } V_{Bn} = -18.29 \text{ m/s}$$

Por fim, como movimento resultante obtido através das componentes n e t de cada velocidade final, resulta em:

$$V'_A = -57.25 \text{ m/s}, \text{ com um ângulo de } \alpha = 4.58^\circ$$

$$V'_B = -21.11 \text{ m/s}, \text{ com um ângulo de } \beta = 30^\circ$$

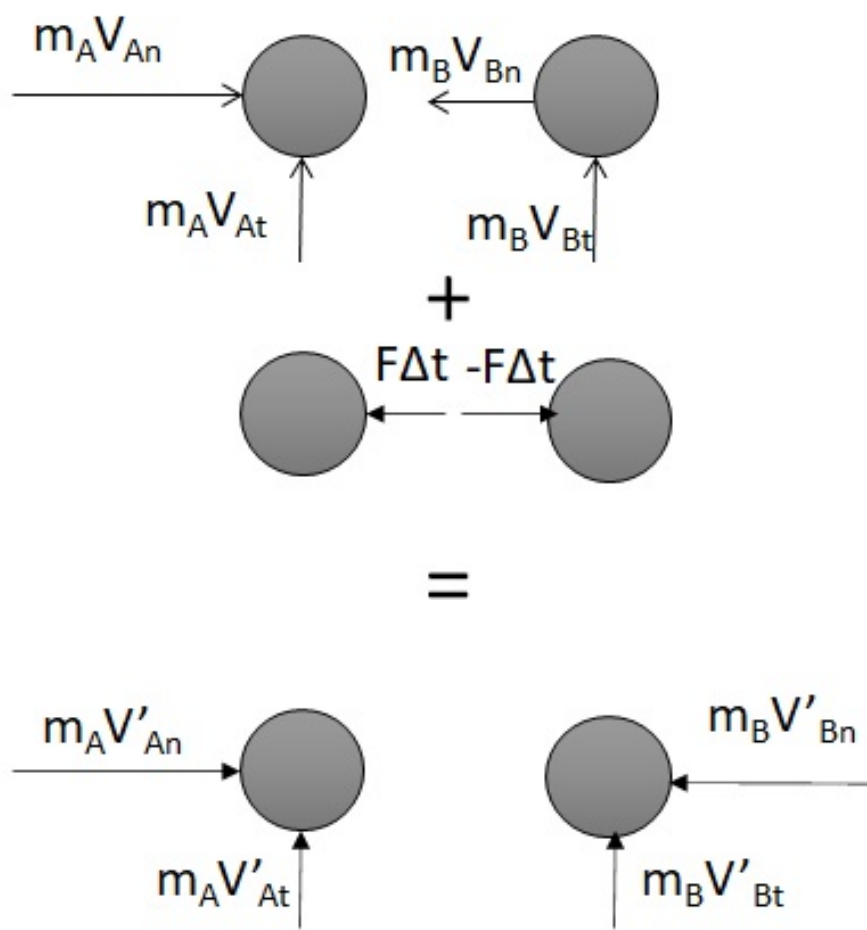


Figure 2: Forças envolvidas no problema

PPG-AEM – Processo seletivo 2026/2

Questão Mecânica dos sólidos

Um eixo de aço (tensão admissível de 40 MPa, densidade de 7850 kg/m³) deve ser fabricado com uma barra circular sólida (configuração 1) ou com um tubo circular (configuração 2), ambos com comprimento de 200 mm. A barra circular tem diâmetro de 50 mm, enquanto o tubo tem diâmetro externo de 50 mm e diâmetro interno de 30 mm.

- (a) Qual a relação entre os torques máximos suportados pelas configurações 1 e 2?
(b) Com base na relação resistência-peso, qual a configuração mais vantajosa?

A steel shaft (allowable stress of 40 MPa, density of 7850 kg/m³) must be manufactured with a solid circular bar (configuration 1) or with a circular tube (configuration 2), both with a length of 200 mm. The circular bar has a diameter of 50 mm, while the tube has an outer diameter of 50 mm and an inner diameter of 30 mm.

- (a) What is the ratio between the maximum torques supported by configurations 1 and 2?
(b) Based on the strength-to-weight ratio, which configuration is more advantageous?

(a – 1,0 ponto) $\tau_{max} \geq \frac{T_{max} \cdot r}{I}; I_1 = \frac{\pi \cdot r^4}{2}; I_2 = \frac{\pi \cdot (r_{ext}^4 - r_{int}^4)}{2}$

Configuração 1: $40 \geq \frac{T_{max} \cdot 25}{\frac{\pi \cdot 25^4}{2}} \rightarrow T_{max} \leq 981,7 \text{ N} \cdot \text{m}$

Configuração 2: $40 \geq \frac{T_{max} \cdot 25}{\frac{\pi \cdot (25^4 - 15^4)}{2}} \rightarrow T_{max} \leq 854,5 \text{ N} \cdot \text{m}$

$$\frac{T_{max_1}}{T_{max_2}} = \frac{981,7}{854,5} = \mathbf{1,15}$$

(b – 1,0 ponto) $m = \rho \cdot V$

$$m_1 = \rho \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot l = 7850 \cdot \frac{\pi \cdot 0,050^2}{4} \cdot 0,2 = 3,08 \text{ kg}$$

$$m_2 = \rho \cdot \frac{\pi \cdot (d_{ext}^2 - d_{int}^2)}{4} \cdot l = 7850 \cdot \frac{\pi \cdot (0,050^2 - 0,030^2)}{4} \cdot 0,2 = 1,97 \text{ kg}$$

$$Resist/peso_1 = \frac{981,7}{3,08} = 318,73 \text{ N} \cdot \text{m/kg}$$

$$Resist/peso_2 = \frac{854,5}{1,97} = 433,76 \text{ N} \cdot \text{m/kg}$$

∴ Configuração 2

Exercício de Termodinâmica Prova Pós (2do semestre de 2026)

Um tanque fechado contém água e um gás na sua parte superior, acima da água. O gás é composto por nitrogênio a uma temperatura de 25 °C e uma pressão absoluta de 100 kPa. O tanque possui um volume total de 4 m³ e contém 500 kg de água líquida, também a 25 °C. Uma quantidade adicional de 500 kg de água é então lentamente bombeada para dentro do tanque na parte inferior do mesmo. Admitindo que a temperatura de todo o conteúdo do tanque permanece constante, determine:

(a) O trabalho realizado sobre o nitrogênio durante o processo em [J].

(b) A quantidade de calor transferida pelo ou para o nitrogênio em [J].

Assuma os seguintes dados e considerações: A água é incompressível e possui um volume específico igual a 0,001003 m³/kg. O nitrogênio comporta-se como um gás ideal com as seguintes propriedades ($R_{N_2} = 0,29680 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$; $C_{v,N_2} = 0,7448 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$). Desconsidere a variação de pressão à altura da coluna de água e de gás, ou seja, assuma que não há variação espacial da pressão no reservatório, assumindo um determinado valor para cada estado termodinâmico.

Relações:

Conservação da Energia: $\delta Q = dE + \delta W$ ou $Q_{12} = \Delta E + W_{12}$

Interação de trabalho: $\delta W = PdV$

Sendo: W – trabalho [J]; Q – calor [J]; E – energia total [J]; C_v – calor específico a volume constante [J/(kg·K)]; m – massa [kg]; T – temperatura [K]; U – energia interna total [J]; V – volume [m³], P - Pressão [N/m²]; R - constante do gás [J/(kg·K)]. Note que $dE = dU + dEC + dEP$, onde EC é a energia cinética total [J] e EP é a energia potencial total [J]. Para um gás ideal $PV = mRT$.

Subíndices: N_2 – nitrogênio, 1 – estado 1, 2 – estado 2.

Question on Thermodynamic

A closed tank contains water and a gas in its upper part, above the water. The gas is composed of nitrogen at a temperature of 25 °C and an absolute pressure of 100 kPa. The tank has a total volume of 4 m³ and contains 500 kg of liquid water, also at 25 °C. An additional quantity of 500 kg of water is then slowly pumped into the tank at the bottom. Assuming that the temperature of the entire contents of the tank remains constant, determine:

- (a) The work done on nitrogen during the process in [J].
- (b) The amount of heat transferred by or to the nitrogen in [J].

Assume the following data and considerations: Water is incompressible and has a specific volume equal to 0.001003 m³/kg. Nitrogen behaves as an ideal gas with the following properties ($R_{N_2} = 0.29680 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$; $C_{v_{N_2}} = 0.7448 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$). Disregard the pressure variation with respect to the height of the water and gas columns; that is, assume that there is no spatial variation of pressure in the reservoir, assuming a specific value for each thermodynamic state.

Formulae:

Energy conservation: $\delta Q = dE + \delta W$ or $Q_{12} = \Delta E + W_{12}$

Work interaction: $\delta W = PdV$

Where: W – work [J]; Q – heat [J]; E – total energy [J]; C_v – specific heat at constant volume [$\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$]; m – mass [kg]; T – temperature [K]; U – total internal energy [J]; V – volume [m³]; P - Pressure [N/m^2]; R - gas constant [$\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$]. Note that $dE = dU + dEC + dEP$, being EC the total kinetic energy [J] and EP the total potential energy [J]. For an ideal gas $PV = mRT$.

Subscripts: N_2 – nitrogen, 1 – state 1, 2 – state 2.

Respostas:

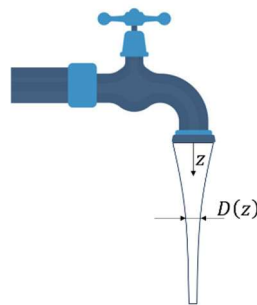
(a) Trabalho no gás $W = -54.129,7 \text{ J}$; (Gás recebe trabalho)

(b) Calor transferido pelo gás $Q = W$; (Gás transfere calor)

QUESTÃO MECÂNICA DOS FLUIDOS

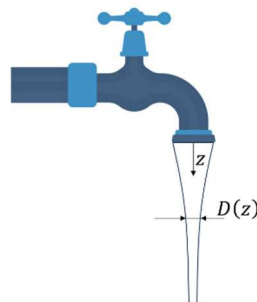
Versão em português:

Um líquido escoa a partir de uma torneira, formando um jato vertical contínuo e axissimétrico. Na saída da torneira (posição $z = 0$), o jato possui diâmetro D_0 e velocidade uniforme U_0 . Despreze efeitos viscosos, tensão superficial e interação com o ar. Considere o escoamento incompressível, permanente e unidimensional ao longo do eixo do jato. Determine as expressões para o diâmetro $D(z)$ e o número de Reynolds $Re_D(z)$ do jato em função explícita da distância vertical z .



Versão em inglês:

A liquid flows from a faucet, forming a continuous, axisymmetric vertical jet. At the outlet (position $z = 0$), the jet has diameter D_0 and uniform velocity U_0 . Neglect viscous effects, surface tension, and interaction with the surrounding air. Assume the flow is incompressible, steady, and one-dimensional along the jet axis. Determine an expression for the jet diameter $D(z)$ and another for the Reynolds number $Re_D(z)$ as explicit functions of the vertical distance z .



GABARITO:

Hipóteses fundamentais

- Escoamento permanente
- Fluido incompressível
- Escoamento unidimensional ao longo do eixo do jato
- Pressão atmosférica ao longo de todo o jato
- Efeitos viscosos e tensão superficial desprezíveis
- Velocidade uniforme na seção (modelo 1D)

Cálculo do perfil de velocidade do jato ao longo de z por balanço de energia (Bernoulli), tendo a origem na saída da torneira.

Equação de Bernoulli:

$$\cancel{\frac{p}{\rho}} + \frac{U_0^2}{2} + gz_0 = \cancel{\frac{p}{\rho}} + \frac{U^2(z)}{2} + gz$$

Como $z_0 = 0$:

$$\frac{U_0^2}{2} = \frac{U^2(z)}{2} + gz$$

Isolando $U(z)$:

$$U^2(z) = U_0^2 + 2gz$$

$$U(z) = \sqrt{U_0^2 + 2gz}$$

Para determinar o diâmetro do jato ao longo de z , usa-se a conservação de massa:

$$Q = A_0 U_0 = A(z) U(z)$$

Sendo um problema axissimétrico, tem-se:

$$\frac{\pi D_0^2}{4} U_0 = \frac{\pi D^2(z)}{4} U(z) \quad \rightarrow \quad D_0^2 U_0 = D^2(z) U(z) \quad \rightarrow \quad D(z) = D_0 \left(\frac{U_0}{U(z)} \right)^{1/2}$$

Substituindo $U(z)$:

$$D(z) = D_0 \left(\frac{U_0}{\sqrt{U_0^2 + 2gz}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{ou} \quad D(z) = D_0 \left(\frac{U_0^2}{U_0^2 + 2gz} \right)^{1/4}$$

(1 ponto se chegou nesta resposta)

Para o número de Reynolds, temos:

$$Re_D(z) = \frac{\rho U(z) D(z)}{\mu}$$

Logo:

$$Re_D(z) = \frac{\rho}{\mu} \sqrt{U_0^2 + 2gz} \cdot D_0 \left(\frac{U_0^2}{U_0^2 + 2gz} \right)^{1/4}$$

$$Re_D(z) = \frac{\rho D_0}{\mu} U_0^{1/2} (U_0^2 + 2gz)^{1/2-1/4}$$

$$Re_D(z) = \frac{\rho D_0}{\mu} U_0^{1/2} (U_0^2 + 2gz)^{1/4}$$

Pode-se também usar como referência o número de Reynolds na saída da torneira: $Re_{D_0} = \frac{\rho U_0 D_0}{\mu}$

$$Re_D(z) = \frac{\rho D_0}{\mu} U_0^{\frac{1}{2}} (U_0^2 + 2gz)^{\frac{1}{4}} \text{ ou } Re_D(z) = Re_{D_0} \left(\frac{U_0^2 + 2gz}{U_0^2} \right)^{1/4}$$

(2 pontos se chegou em qualquer uma dessas duas expressões)